

LI323 Statistique et Informatique 20012

TD2/TME2

Exercice 1

Le gérant d'un magasin d'informatique a reçu un lot de boîtes de CD-ROM. 5% des boîtes sont abîmées. Le gérant estime que :

- 60% des boîtes abîmées contiennent au moins un CD-ROM défectueux.
- 98% des boîtes non abîmées ne contiennent aucun CD-ROM défectueux.

Un client achète une boîte du lot. On désigne par A l'événement : "la boîte est abîmée" et par D l'événement "la boîte achetée contient au moins une disquette défectueuse".

- 1/ Donner les probabilités de $P(A)$, $P(\bar{A})$, $P(D|A)$, $P(D|\bar{A})$, $P(\bar{D}|A)$ et $P(\bar{D}|\bar{A})$. En déduire $P(D)$.
- 2/ Le client constate qu'un des CD-ROM acheté est défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'il ait acheté une boîte abîmée ?

Exercice 2

On estime que 1% des ordinateurs du parc informatique mondial fonctionnent sous Linux. Parmi les ordinateurs tournant sous Linux, 50% utilisent le navigateur Firefox, contre 5% pour les ordinateurs fonctionnant sous un autre système d'exploitation. Déterminer la probabilité qu'un ordinateur fonctionne sous Linux dès lors qu'on a détecté que le navigateur Firefox est employé.

Exercice 3

Un questionnaire à choix multiples propose m réponses pour chaque question. Soit p la probabilité qu'un étudiant connaisse la bonne réponse à une question donnée. S'il ignore la réponse, il choisit au hasard l'une des réponses proposées. Quelle est pour le correcteur la probabilité qu'un étudiant connaisse vraiment la bonne réponse lorsqu'il l'a donnée ?

Exercice 4

Une compagnie d'assurance répartit ses clients en deux classes R_1 et R_2 : ceux qui sont enclins aux accidents et ceux à faible risque. Ses statistiques montrent qu'un individu enclin aux accidents a une probabilité de 0.4 d'en avoir un au cours d'une année, alors que cette probabilité tombe à 0.2 pour les gens à faible risque. On suppose que 30% de la population appartient à la classe à haut risque.

- 1/ Quelle est la probabilité qu'un nouvel assuré soit victime d'un accident durant la première année de son contrat ?
- 2/ Quelle est la probabilité qu'il fasse partie de la classe à haut risque s'il est victime d'un accident dans l'année qui suit la conclusion de son contrat ?
- 3/ Quelle est la probabilité conditionnelle pour un nouveau client d'avoir un accident durant la deuxième année de son contrat s'il a eu un accident durant la première année ?

Exercice 5

L'ARI renouvelle son parc informatique en acquérant 500 ordinateurs de technologie "soft-fail" reliés en réseau. Cette technologie se caractérise par la présence de deux processeurs P_1 et P_2 qui permettent à la machine de fonctionner tant que l'un d'entre eux est en état de fonctionnement et pour autant que l'unité disque soit également en état de fonctionnement. Les probabilités de défaillance de ces matériels sont respectivement de 2% pour les unités disque, de 1% pour les processeurs de type P_2 et 0,5% pour les processeurs de type P_1 .

1/ Combien d'ordinateurs peut-on espérer voir fonctionner à tout moment ?

2/ Quelle est la probabilité qu'un ordinateur tiré au hasard fonctionne grâce à un et un seul des deux processeurs ?

Exercice 6

On suppose qu'on a un espace probabilisé tel que l'univers Ω est un ensemble fini de cardinal un nombre premier p , et que le modèle choisi soit celui de l'équiprobabilité. Prouver que deux événements A et B non triviaux ne peuvent pas être indépendants.

Exercice 7

Soit x la proportion de prestidigitateurs dans la population. Nicolas joue à pile ou face avec Pierre-Henri. Ce dernier parie sur pile, lance la pièce, et obtient pile. Quelle est la probabilité pour qu'il soit un prestidigitateur ?

Exercice 8

Des billes tombent verticalement sur un assemblage de clous placés en quinconce sur des lignes horizontales et équidistants de leurs voisins immédiats. Le diamètre des billes est égal à la distance entre les clous. Chaque fois qu'une bille tape un clou, elle a la même probabilité ($p = 0.5$) de continuer sa chute à gauche ou à droite. En bas du crible se trouvent des compartiments dans lesquels tombent les billes. Si nous réalisons l'expérience un grand nombre de fois, les billes viennent s'accumuler dans les compartiments et forment ainsi un histogramme. La hauteur d'un bâton de l'histogramme est proportionnelle au nombre de billes s'y trouvant.

1/ Déterminer expérimentalement l'histogramme du crible de Galton représenté ci-dessus. On laisse tomber 1024 billes. Même question si la probabilité que la bille tombe à droite d'un clou est $p = 0.25$.

2/ Déterminer $1024 \times C_{10}^k p^k (1-p)^{(10-k)}$ pour $k = 0, \dots, 10$, avec $p = 0.5$ puis $p = 0.25$. Conclusion ?

A faire sur machine

- Terminer les travaux sur machine du TD1 ;
- Faire l'exercice 8. Pour vous aider, vous pourrez vous baser sur le squelette de code donné dans le fichier `squelette_Galton.java`.