LI323 Statistique et Informatique 2012
TD1/TME1

Exercice 1
Nicolas et Pierre-Henri ont l'habitude de se retrouver chaque semaine autour d'un café et de décider à pile ou face qui règle l'addition. Nicolas se lamente d'avoir payé les quatres dernières additions et Pierre-Henri, pour faire plaisir à son collègue, propose de modifier exceptionnellement la règle : "Nicolas, tu vas lancer la pièce cinq fois et tu ne paieras que si on observe une suite d'au moins trois piles consécutifs ou d'au moins trois faces consécutives". Nicolas se félicite d'avoir un collègue si conciliant. À tort ou à raison ?

Exercice 2
On considère dans cet exercice un polygone convexe à n sommets. On s'intéresse à l'expérience aléatoire consistant à tirer arbitrairement deux segments reliant des sommets tous distincts.
1/ Définir l'univers des possibles et déterminer son cardinal.
2/ Déterminer le cardinal de l'ensemble des cas où les deux segments s'intersectent. En déduire la probabilité de l'événement aléatoire "les deux segments s'intersectent".

Exercice 3
Le jeu de Monty Hall oppose un présentateur à un candidat (le joueur). Ce joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture (ou tout autre prix magnifique) et derrière chacune des deux autres se trouvent une chèvre (ou tout autre prix sans importance). Il doit tout d'abord désigner une porte. Puis le présentateur ouvre une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture (le présentateur sait quelle est la bonne porte dès le début). Le candidat a alors le droit ou bien d'ouvrir la porte qu'il a choisi initialement, ou bien d'ouvrir la troisième porte.
1/ Quelles sont les différents stratégies possibles ?
2/ Quelles sont les chances de gagner la voiture en agissant au mieux ?
3/ Est ce que vous pouvez généraliser la réponse pour N portes ?

Exercice 4
On considère une urne (dite *urne de Polya*) contenant initialement une boule rouge et une boule verte. On effectue n tirage successifs se déroulant de la manière suivante : on tire une des boules de l'urne puis on la remet dans l'urne avec une nouvelle de la même couleur. On note X_n le nombre de boules rouges dans l'urne après ces n tirages. Ecrire un programme JAVA permettant de simuler m expériences indépendantes de l'urne de Polya à n tirages.
1/ Vérifier que pour n fixé ($n = 10$ par exemple), toutes compositions d'urne possibles sont équiprobables au terme des n tirages, autrement dit les probabilités d'obtenir une valeur de X_n entre 1 et $n + 1$ sont toutes égales.
2/ Vérifier que, si l'on prolonge *une* expérience (n devient grand), la proportion de boules rouges de l'urne va se stabiliser vers l'une quelconque des valeurs de $[0, 1]$, autrement dit $\frac{X_n}{n+2}$ converge.

Exercice 5

Nicolas et Pierre-Henri jouent à un jeu quelconque en trois manches. Ils sont de niveau équivalent à ce jeu. Ils misent chacun 32 euros. Le premier qui totalise trois manches gagnantes reçoit les 64 euros misés.

1/ Définir l'univers des possibles à l'aide d'un graphe représentant les différents déroulements possibles. Déterminer son cardinal.

2/ On suppose dans cette question que la première manche est gagnée par Nicolas. On doit s'arrêter là car le cours de LI323 va commencer. Proposer un algorithme calculant la probabilité pour chacun de gagner. En déduire une règle pour répartir les 64 euros misés.

A faire sur machine

- Vérifier expérimentalement (en effectuant une simulation sur machine) les résultats théoriques obtenus à l'exercice 3. Pour ce faire, vous pourrez vous baser sur le squelette de code donné dans le fichier `squelette_Monty.java` ;
- Faire l'exercice 4. Pour vous aider, vous pourrez vous baser sur le squelette de code donné dans le fichier `squelette_Polya.java` ;